Pismeni ispit iz Matematike 2, 31.01.2013.

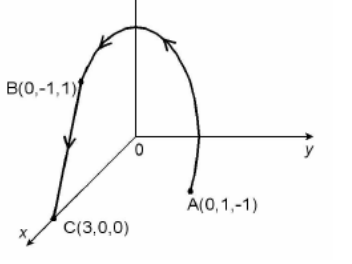
Grupa A

1. Naći ekstreme funkcije $z=\ln(x+y)$ uz uvjet $x^2+2y^2=4$.

2. U integralu izvršiti prelaz na cilindrične koordinate, a zatim izračunati integral

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} dy \int_{1}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{5}{2}} dz .$$

3. . Izračunati krivolinijski integral $\int_{\widehat{AC}} yzdx+(x+z)dy+xydz$ pri čemu je AB dio krivulje $\begin{cases} 3y^2+z^2=4 \\ x=0 \end{cases}$, dok je BC usmjerena duž (vidi sliku).



4. Provjerite je li polje $\vec{\mathbf{u}}=e^{xyz}(yz\vec{i}+xz\vec{j}+xy\vec{k})$ potencijalno i ako jest odredite njegov potencijal.

Grupa B

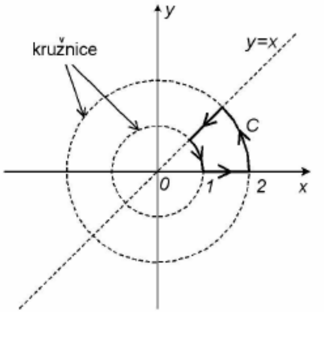
1. Naći ekstreme funkcije $z=\ln(x+y)$ uz uvjet $x^2+xy+y^2=3$.

2. U integralu izvršiti prelaz na sferne koordinate, a zatim izračunati integral

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} dy \int_{1}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} z^3 dz$$

3. Izračunati krivolinijski integral pri čemu je C pozitivno orijentirana zatvorena kriva zadana slikom:

$$\int_C \frac{1}{x} arctg \frac{y}{x} dx + y^3 e^{-y} dy$$



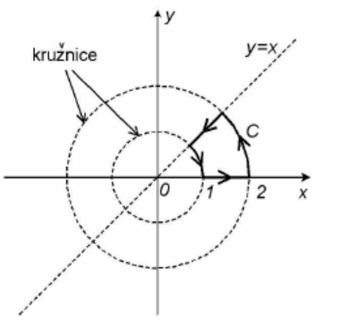
4. Provjerite je li polje $\vec{\mathbf{u}}=yz(2x+y+z)\vec{i}+xz(x+2y+z)\vec{j}+xy(x+y+2z)\vec{k}$ potencijalno i ako jest odredite njegov potencijal.

Stari program

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x)=x^2-2x,\ x\in(0,3)$.

2. Dokazati da jednačina $y'=\dfrac{2xy^3-x^4\ln x}{3x^2y^2}$ ima integracioni množilac $\mu=\mu(x)$ ili $\mu=\mu(y)$ pa zatim riješiti tu jednačinu.

3. Izračunati krivolinijski integral $\int_C \frac{1}{x}arctg\frac{y}{x}dx+y^3e^{-y}dy$ pri čemu je C pozitivno orijentirana zatvorena kriva zadana slikom.



4. Provjerite je li polje $\vec{\mathbf{u}}=yz(2x+y+z)\vec{i}+xz(x+2y+z)\vec{j}+xy(x+y+2z)\vec{k}$ potencijalno i ako jest odredite njegov potencijal.

Pismeni ispit iz Matematike 2, 14.02.2013.

GRUPA A

1. Izračunati dužinu luka krive $x=8at^3,\ y=3a\left(2t^2-t^4\right),\ -\sqrt{2}\le t\le 0.$

2. Odrediti broj *a* tako da su tangentne ravni postavljene na površi $x^2-2yz+y^3=6$ i $x^2+1=(2-4a)y^2+az^2$ u zajedničkoj tački $T(1,1,z_0)$ okomite.

3. Dokazati da krivolinijski integral $\int_c e^{\frac{y}{x}}\frac{1}{x}\left[\left(2x^2+xy-2y^2\right)dx+\left(3x^2+2xy\right)dy\right]$ ne zavisi od vrste konture i zatim izračunati taj integral ako se zna da je početak konture *c* tačka $A(1,1)$, a kraj tačka $B(2,2)$.

4. Izračunati integral $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arc\,tg}(ax)}{x\left(1+b^2x^2\right)}dx\ (a>0,b>0)$ diferenciranjem po parametru *a*.

GRUPA B

1. Izračunati dužinu luka krive $x=\cos^5 t, y=\sin^5 t,\ 0\le t\le 2\pi.$

2. Naći jednačinu tangentne ravni na površ $z=xy$, ako se zna da je okomita na pravu $a:\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{3}$. Da li je prava *a* u tom slučaju normala na datu površ?

3. Dokazati da krivolinijski integral $\int_c \frac{(x+y-z)\,dx+(x+y-z)\,dx+(x+y+z)\,dz}{x^2+y^2+z^2+2xy}$ ne zavisi od vrste konture i zatim izračunati taj integral ako se zna da je početak konture *c* tačka $A(1,0,1)$, a kraj tačka $B(2,0,2)$.

4. Izračunati integral $I(m)=\int_0^\infty \frac{e^{-mx}\cdot\sin x}{x}dx\ (m>0)$ diferenciranjem po parametru *m*.

Stari program

1. Razviti funkciju $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\in[-1,0) \\ 1-x, & x\in[0,1]\end{cases}$ u Fourierov red u intervalu $[-1,1]$.

2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(2x-4y)\,dx+(x+y)\,dy=0.$

3. Dokazati da krivolinijski integral $\int_c e^{\frac{y}{x}}\frac{1}{x}\left[\left(2x^2+xy-2y^2\right)dx+\left(3x^2+2xy\right)dy\right]$ ne zavisi od vrste konture i zatim izračunati taj integral ako se zna da je početak konture *c* tačka $A(1,1)$, a kraj tačka $B(2,2)$.

4. Izračunati integral $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arc\,tg}(ax)}{x\left(1+b^2x^2\right)}dx\ (a>0,b>0)$ diferenciranjem po parametru *a*.